

Appendix

Proof of Theorem 1

Proof. Suppose that u and v are two arbitrary points on the road network and the shortest path from u to v is $u \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots \rightarrow u_n \rightarrow v$. The corresponding arrival times are $t_u, t_{u_1}, t_{u_2}, \dots, t_{u_n}, t_v$ respectively. Without loss of generality we assume that $t_u = 0$. The actual time cost from u to v is denoted by $t(u, v)$. Then $t(u, v) = t_{u_1} - t_u + \sum_{k=2}^n (t_{u_k} - t_{u_{k-1}}) + t_v - t_{u_n} = t_v$. To show that $K(u, v)$ is a more precise estimate $\Leftrightarrow \frac{d(u, v)}{V} \leq K(u, v) \leq t(u, v)$.

(1) First we show that $\frac{d(u, v)}{V} \leq K(u, v)$:

By Definition 1,

$$K(u, v) = -\frac{1}{\beta} \ln \left[1 - \frac{\beta d(u, v)}{V(1 - \alpha - \gamma)} \right],$$

where $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1, 0 < \alpha + \gamma < 1$ and $1 - \frac{\beta d(u, v)}{V(1 - \alpha - \gamma)} > 0$. Let $a = \frac{d(u, v)}{V}$, then we only need to show that $a \leq -\frac{1}{\beta} \ln \left[1 - \frac{\beta a}{(1 - \alpha - \gamma)} \right]$, that is,

$$f(a) = a + \frac{1}{\beta} \ln \left[1 - \frac{\beta a}{(1 - \alpha - \gamma)} \right] \leq 0, \forall 0 \leq a < \frac{1 - \alpha - \gamma}{\beta}.$$

It can be computed that $f'(a) < 0$ and $f(0) = 0$. Thus, $f(a)$ is a decreasing function and $f(a) \leq 0, \forall 0 \leq a < \frac{1 - \alpha - \gamma}{\beta}$.

(2) Second we show that $K(u, v) \leq t(u, v)$:

We prove this inequality by contradiction. Suppose that $K(u, v) > t(u, v)$. Follow the optimal path $u \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots \rightarrow u_n \rightarrow v$,

$$\begin{aligned} & \int_0^{K(u, v)} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt \\ &= \int_0^{t_{u_1}} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt + \int_{t_{u_1}}^{t_{u_2}} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt + \dots \\ &+ \int_{t_{u_{j-1}}}^{t_{u_j}} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt + \dots + \int_{t_{u_n}}^{t_v} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt \\ &+ \int_{t_v}^{K(u, v)} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt, \end{aligned}$$

since $K(u, v) > t(u, v) = t_v$, $\int_{t_v}^{K(u, v)} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt$ is always a positive number.

Moreover, by the definition of speed design function (3-3), (3-6) in the model,

$$\int_{t_{u_{j-1}}}^{t_{u_j}} v_{u_{j-1}u_j}^0 (1 - \alpha_{u_{j-1}u_j} - \gamma_{u_{j-1}u_j}) \exp\{-\beta_{u_{j-1}u_j} t\} dt = l_{u_{j-1}u_j},$$

It is also known that $\alpha = \text{Min } \alpha_{ij}, \beta = \text{Min } \beta_{ij}, \gamma = \text{Min } \gamma_{ij}$, and $V = \text{Max } v_{ij}(t)$. Thus,

$$\begin{aligned} & \int_{t_{u_{j-1}}}^{t_{u_j}} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt \\ & \geq \int_{t_{u_{j-1}}}^{t_{u_j}} v_{u_{j-1}u_j}^0 (1 - \alpha_{u_{j-1}u_j} - \gamma_{u_{j-1}u_j}) \exp\{-\beta_{u_{j-1}u_j} t\} dt = l_{u_{j-1}u_j}. \end{aligned}$$

Adding all the sections we get

$$\begin{aligned} d(u, v) &= \int_0^{K(u,v)} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt \\ &\geq l_{uu_1} + l_{u_1u_2} + \dots + l_{u_nv} + \int_{t_v}^{K(u,v)} V(1 - \alpha - \gamma) \exp\{-\beta t\} dt, \end{aligned}$$

which is a contradiction since $d(u, v) \leq l_{uu_1} + l_{u_1u_2} + \dots + l_{u_nv}$. Then $K(u, v) \leq t(u, v)$. Combining (1) and (2), we finish the proof of the theorem. $\square$

Parameter settings of case study

Parameter settings for the 253 road sections in Futian District are shown in the table below.

Number	grade	$v_{ij}^0(\text{m/s})$	$l_{ij}(\text{m})$	α_{ij}	$\beta_{ij}(\times 10^{-4})$	γ_{ij}
0	1	9	243.7418	0.147737	0.885932	0.231825
1	1	9	953.0958	0.147534	0.939648	0.231689
2	1	9	1088.97	0.144408	0.934826	0.229605
3	1	9	1193.622	0.140374	0.139786	0.226916
4	1	9	617.0218	0.122449	0.936607	0.214966
5	1	9	1022.968	0.120907	0.301653	0.213938
6	1	9	1036.715	0.153172	0.489365	0.235448
7	1	9	158.126	0.153879	0.760022	0.235919
8	1	9	940.0939	0.148897	0.613336	0.232598
9	1	9	1220.008	0.107838	0.318754	0.205225
10	1	9	457.6436	0.112594	0.799788	0.208396
11	1	9	698.3189	0.151139	0.109164	0.234093
12	1	9	746.4641	0.13642	0.844346	0.22428
13	1	9	764.3514	0.13082	0.359936	0.220547
14	1	9	531.897	0.11695	0.78416	0.2113
15	1	9	343.6456	0.146252	0.426952	0.230835

16	1	9	325.9226	0.127331	0.954343	0.218221
17	1	9	581.7265	0.141324	0.178783	0.22755
18	1	9	448.6492	0.138042	0.741334	0.225361
19	1	9	575.2616	0.12113	0.209359	0.214087
20	1	9	431.8467	0.10539	0.85717	0.203593
21	1	9	293.7148	0.119412	0.646593	0.212941
22	1	9	294.6417	0.157461	0.536388	0.238307
23	1	9	802.2331	0.101471	0.902545	0.20098
24	1	9	504.7325	0.137369	0.899546	0.224912
25	1	9	54.92556	0.131825	0.827412	0.221216
26	1	9	238.3787	0.127159	0.866238	0.218106
27	1	9	285.5627	0.149467	0.55614	0.232978
28	1	9	465.5488	0.11147	0.423549	0.207647
29	1	9	259.2537	0.122665	0.635085	0.21511
30	1	9	1561.726	0.118481	0.0656	0.212321
31	1	9	842.437	0.159619	0.0609	0.239746
32	1	9	730.8864	0.126758	0.100592	0.217839
33	1	9	158.3792	0.111555	0.996677	0.207703
34	1	9	497.642	0.146496	0.140546	0.230997
35	1	9	233.6894	0.117636	0.968839	0.211757
36	1	9	616.3842	0.120908	0.896324	0.213939
37	1	9	554.6888	0.152673	0.647496	0.235116
38	1	9	7.036812	0.134811	0.550192	0.223207
39	1	9	702.811	0.134622	0.960949	0.223081
40	1	9	1402.809	0.14342	0.895689	0.228946
41	1	9	301.9916	0.156256	0.174418	0.237504
42	1	9	971.2305	0.130055	0.889746	0.220037
43	1	9	608.5371	0.140659	0.982715	0.227106
44	1	9	760.5104	0.145947	0.217867	0.230631
45	1	9	545.5954	0.153552	0.52304	0.235701
46	1	9	560.4367	0.153932	0.464012	0.235955
47	1	9	438.5605	0.15286	0.488749	0.23524
48	1	9	88.42322	0.158636	0.129563	0.239091

49	1	9	488.034	0.139063	0.520788	0.226042
50	1	9	488.034	0.146908	0.137159	0.231272
51	1	9	252.1172	0.124513	0.260436	0.216342
52	1	9	283.1729	0.117119	0.627296	0.211413
53	1	9	439.1271	0.1054	0.839984	0.2036
54	1	9	485.9797	0.136779	0.572111	0.224519
55	1	9	136.8316	0.147277	0.533814	0.231518
56	1	9	691.2058	0.139549	0.767809	0.226366
57	1	9	301.4789	0.133765	0.0468	0.22251
58	1	9	1548.768	0.10424	0.749447	0.202826
59	1	9	1468.971	0.138362	0.397752	0.225575
60	1	9	452.02	0.106604	0.326058	0.204403
61	1	9	555.8022	0.124207	0.532277	0.216138
62	1	9	559.0071	0.121545	0.712708	0.214363
63	1	9	615.5564	0.120007	0.772082	0.213338
64	1	9	505.8149	0.106785	0.628189	0.204523
65	1	9	402.6583	0.105332	0.626381	0.203555
66	1	9	407.8289	0.141224	0.79158	0.227483
67	1	9	765.9948	0.105311	0.154206	0.20354
68	1	9	748.8943	0.117658	0.677223	0.211772
69	1	9	470.5517	0.15854	0.586115	0.239026
70	1	9	547.8925	0.126545	0.8984	0.217697
71	1	9	907.9885	0.141365	0.662489	0.227576
72	1	9	241.4829	0.104776	0.10726	0.203184
73	1	9	507.4437	0.122099	0.0289	0.214733
74	1	9	770.0226	0.139007	0.0296	0.226004
75	1	9	140.5677	0.100306	0.537826	0.200204
76	1	9	296.1398	0.14943	0.596477	0.232953
77	1	9	881.743	0.102768	0.249149	0.201845
78	1	9	635.9933	0.141503	0.071	0.227669
79	1	9	617.964	0.138816	0.73543	0.225877
80	1	9	1560.093	0.158807	0.0616	0.239205
81	1	9	412.4802	0.133542	0.785967	0.222361

82	1	9	179.342	0.115611	0.623468	0.210408
83	1	9	2492.775	0.159248	0.262498	0.239499
84	1	9	426.7035	0.150394	0.214326	0.233596
85	1	9	453.3201	0.103333	0.742217	0.202222
86	1	9	576.53	0.121882	0.415118	0.214588
87	1	9	654.8304	0.126594	0.596393	0.21773
88	1	9	144.0986	0.111932	0.871862	0.207955
89	1	9	929.5496	0.12059	0.533251	0.213727
90	1	9	788.9403	0.126441	0.731094	0.217627
91	1	9	144.2308	0.119706	0.541891	0.213138
92	1	9	1496.847	0.11233	0.223107	0.20822
93	1	9	1039.812	0.153277	0.408587	0.235518
94	1	9	500.5045	0.148334	0.886854	0.232223
95	1	9	648.3824	0.147988	0.652696	0.231992
96	1	9	816.7454	0.149439	0.476332	0.232959
97	1	9	868.4435	0.157031	0.505073	0.238021
98	1	9	51.33944	0.152134	0.782626	0.234756
99	1	9	869.606	0.136833	0.30773	0.224555
100	1	9	489.3942	0.136914	0.500283	0.224609
101	1	9	720.3439	0.119297	0.183968	0.212865
102	1	9	1301.131	0.115817	0.798277	0.210545
103	1	9	724.2952	0.159062	0.167807	0.239375
104	1	9	756.1333	0.118706	0.103424	0.21247
105	1	9	4.627828	0.122986	0.471913	0.215324
106	1	9	270.1577	0.111341	0.256674	0.207561
107	1	9	537.2307	0.122088	0.665772	0.214725
108	1	9	285.636	0.143322	0.032	0.228881
109	1	9	257.4463	0.105504	0.728306	0.203669
110	1	9	694.1729	0.146038	0.398547	0.230692
111	1	9	126.9145	0.128475	0.0592	0.218983
112	1	9	437.6698	0.154747	0.470329	0.236498
113	1	9	555.9932	0.139737	0.353978	0.226491
114	1	9	1910.932	0.11669	0.232924	0.211127

115	1	9	866.0822	0.103743	0.444595	0.202496
116	1	9	1369.272	0.147182	0.325429	0.231455
117	1	9	1170.158	0.116155	0.0379	0.21077
118	1	9	1247.253	0.156322	0.205897	0.237548
119	1	9	415.1778	0.125236	0.0331	0.216824
120	1	9	561.3141	0.135415	0.854105	0.22361
121	1	9	480.7909	0.133371	0.976056	0.222247
122	1	9	351.48	0.111386	0.54098	0.207591
123	2	7	226.1982	0.149205	0.960315	0.232803
124	2	7	455.0239	0.151097	0.259532	0.234065
125	2	7	913.5534	0.123517	0.766608	0.215678
126	2	7	744.1097	0.135821	0.849904	0.223881
127	2	7	843.9033	0.112059	0.822807	0.208039
128	2	7	352.6797	0.11573	0.516564	0.210487
129	2	7	517.0038	0.109515	0.369656	0.206343
130	2	7	442.568	0.121288	0.506183	0.214192
131	2	7	467.4661	0.144868	0.412378	0.229912
132	2	7	670.4621	0.120224	0.337953	0.213483
133	2	7	468.5429	0.124883	0.301826	0.216588
134	2	7	714.3466	0.145558	0.225184	0.230372
135	2	7	403.6624	0.137592	0.634183	0.225061
136	2	7	600.9312	0.113552	0.627588	0.209035
137	2	7	2.521933	0.119357	0.554607	0.212905
138	2	7	548.6019	0.152586	0.431026	0.235058
139	2	7	537.1803	0.112006	0.141583	0.208004
140	2	7	284.1387	0.149333	0.629063	0.232888
141	2	7	189.2767	0.141685	0.893124	0.22779
142	2	7	457.6664	0.158705	0.86404	0.239137
143	2	7	771.0699	0.102473	0.315794	0.201649
144	2	7	135.6232	0.147634	0.345469	0.231756
145	2	7	632.6193	0.131699	0.768837	0.221132
146	2	7	763.2493	0.137072	0.801111	0.224715
147	2	7	513.1178	0.134484	0.762987	0.222989

148	2	7	432.9271	0.151009	0.0217	0.234006
149	2	7	245.1305	0.118154	0.632897	0.212103
150	2	7	574.6699	0.137867	0.89208	0.225245
151	2	7	555.9236	0.10534	0.406853	0.20356
152	2	7	518.0303	0.127107	0.777704	0.218072
153	2	7	724.563	0.113496	0.839308	0.208998
154	2	7	587.5565	0.118379	0.405096	0.212253
155	2	7	263.8968	0.122519	0.269764	0.215013
156	2	7	414.0763	0.111547	0.160812	0.207698
157	2	7	383.7928	0.149586	0.418236	0.233057
158	2	7	399.3125	0.155229	0.181462	0.23682
159	2	7	138.2251	0.14854	0.67034	0.23236
160	2	7	745.0867	0.127044	0.377945	0.218029
161	2	7	366.4653	0.10616	0.762588	0.204107
162	2	7	915.6027	0.150396	0.810463	0.233597
163	2	7	2910.626	0.136659	0.697958	0.224439
164	2	7	415.8573	0.159204	0.571436	0.239469
165	2	7	169.7824	0.116599	0.726306	0.211066
166	2	7	569.141	0.101333	0.419662	0.200889
167	2	7	616.7718	0.133225	0.292697	0.22215
168	2	7	474.906	0.113342	0.20116	0.208895
169	2	7	527.3307	0.141645	0.828379	0.227764
170	2	7	303.7406	0.142566	0.704573	0.228377
171	2	7	759.3949	0.118882	0.509313	0.212588
172	2	7	276.3671	0.128504	0.0297	0.219002
173	2	7	380.0861	0.137202	0.254857	0.224801
174	2	7	760.3386	0.142636	0.042	0.228424
175	2	7	570.8681	0.113981	0.697733	0.209321
176	2	7	473.1425	0.159683	0.951762	0.239788
177	2	7	671.7673	0.13127	0.0457	0.220847
178	2	7	572.3874	0.155112	0.767919	0.236742
179	2	7	709.2652	0.132043	0.690851	0.221362
180	2	7	141.3753	0.132975	0.988851	0.221983

181	2	7	494.8424	0.109508	0.358103	0.206339
182	2	7	547.369	0.115429	0.124781	0.210286
183	2	7	546.9016	0.103601	0.357328	0.202401
184	2	7	73.25268	0.110474	0.356478	0.206983
185	2	7	634.0649	0.156426	0.117195	0.237617
186	2	7	279.534	0.145354	0.482938	0.230236
187	2	7	694.9927	0.142296	0.968614	0.228197
188	2	7	545.6523	0.154685	0.679391	0.236457
189	2	7	825.9326	0.127909	0.504706	0.218606
190	2	7	917.5084	0.122352	0.490804	0.214902
191	2	7	577.1988	0.115759	0.746805	0.210506
192	2	7	575.5439	0.136052	0.923547	0.224035
193	2	7	242.1701	0.121253	0.776105	0.214169
194	2	7	459.4258	0.152566	0.0327	0.235044
195	2	7	506.8443	0.153883	0.516936	0.235922
196	2	7	545.4186	0.119518	0.401947	0.213012
197	2	7	356.0963	0.125743	0.670061	0.217162
198	2	7	533.2408	0.130322	0.841465	0.220215
199	2	7	509.3216	0.115834	0.804721	0.210556
200	2	7	425.5611	0.12399	0.379977	0.215993
201	2	7	802.6765	0.100959	0.437805	0.20064
202	1	9	575.8046	0.139944	0.118002	0.226629
203	1	9	294.5889	0.145564	0.619891	0.230376
204	2	7	290.2713	0.110267	0.656428	0.206845
205	1	9	372.5696	0.125625	0.259965	0.217083
206	1	9	590.6224	0.140947	0.394818	0.227298
207	1	9	278.8798	0.106243	0.932139	0.204162
208	2	7	631.1653	0.142476	0.463389	0.228317
209	1	9	111.4483	0.135781	0.865141	0.223854
210	1	9	1089.221	0.120856	0.158171	0.213904
211	1	9	1415.013	0.151969	0.373204	0.234646
212	1	9	270.3417	0.152457	0.460232	0.234972
213	2	7	929.4772	0.142525	0.736442	0.22835

214	1	9	772.3864	0.121176	0.260465	0.214117
215	1	9	285.3376	0.107228	0.8754	0.204819
216	1	9	85.02243	0.115189	0.551312	0.210126
217	1	9	658.7334	0.119977	0.0711	0.213318
218	2	7	908.64	0.130864	0.707943	0.220576
219	2	7	2109.514	0.129735	0.178688	0.219823
220	1	9	3651.298	0.152159	0.836339	0.234772
221	2	7	1436.887	0.126847	0.527196	0.217898
222	2	7	188.3862	0.156183	0.674799	0.237455
223	1	9	1616.623	0.103487	0.981744	0.202325
224	1	9	17.65944	0.109295	0.0393	0.206197
225	1	9	612.2722	0.149677	0.722386	0.233118
226	2	7	1131.721	0.114739	0.780772	0.209826
227	2	7	524.7476	0.158679	0.051	0.239119
228	1	9	431.3528	0.10072	0.0215	0.20048
229	1	9	552.4488	0.14637	0.78236	0.230914
230	2	7	984.4415	0.151057	0.218197	0.234038
231	1	9	822.004	0.128536	0.172137	0.219024
232	2	7	428.6096	0.114405	0.21916	0.209603
233	1	9	1229.313	0.136254	0.922656	0.224169
234	2	7	309.3426	0.115858	0.0508	0.210572
235	2	7	308.0898	0.116699	0.545781	0.211132
236	1	9	642.5099	0.117605	0.0607	0.211737
237	2	7	618.7047	0.124859	0.969531	0.216573
238	2	7	850.2906	0.146125	0.103069	0.23075
239	2	7	740.0167	0.114926	0.11376	0.209951
240	2	7	689.0146	0.129746	0.572622	0.219831
241	2	7	582.9953	0.138078	0.117384	0.225385
242	2	7	929.1325	0.111987	0.75114	0.207991
243	1	9	791.2811	0.141307	0.426128	0.227538
244	2	7	789.6836	0.113247	0.75817	0.208831
245	2	7	537.0918	0.125018	0.0806	0.216679
246	1	9	1824.878	0.13871	0.271477	0.225806

247	2	7	2177.048	0.15196	0.604594	0.23464
248	1	9	378.7092	0.102831	0.139811	0.201887
249	1	9	486.1161	0.114863	0.75459	0.209908
250	1	9	756.1556	0.144838	0.798243	0.229892
251	1	9	590.4093	0.149852	0.792327	0.233235
252	1	9	1452.393	0.134745	0.0604	0.223163
